

Chapter 3

Linear Programming

โปรแกรมเชิงเส้น

1 2 3

วัตถุประสงค์เชิงพฤติกรรม

- ลักษณะของปัญหา
- ประโยชน์ของโปรแกรมเชิงเส้น
- การสร้างแบบจำลองโปรแกรมเชิงเส้น
- การแก้ปัญหาของโปรแกรมเชิงเส้น

Linear Programming

- เป็นเทคนิคหนึ่งในกลุ่ม เทคนิคการวิเคราะห์เชิงปริมาณ (**quantitative analysis**) ที่นิยมใช้กันอย่างแพร่หลาย เป็นการสร้างตัวแบบคณิตศาสตร์ เพื่อจำลองปัญหา แล้วหาทางเลือก ในการแก้ปัญหาที่ดีที่สุด โดยการแก้สมการคณิตศาสตร์

การประยุกต์ใช้กำหนดการเชิงเส้น



- ปัญหาการผลิต (product mix problem)
- ปัญหาการผสมสาร (blending problem)
- ปัญหาการขนส่ง (transportation problem)
- ปัญหาการมอบหมายงาน (assignment problem)
- ปัญหาการลงทุน (investment project selection)
- ปัญหาการเลือกสื่อโฆษณา (media selection)

ประโยชน์ของโปรแกรมเชิงเส้น

- ใช้ปัจจัยการผลิตที่มีอยู่อย่างจำกัดให้เกิดประโยชน์สูงสุด
- เสริมศักยภาพในการแข่งขันของหน่วยผลิต จากการผลิตที่มีประสิทธิภาพ
- ลดการสูญเสีย(ค่าเสียโอกาส)ในกระบวนการผลิต
- เพิ่มรายได้ ลดค่าใช้จ่ายของหน่วยผลิต

การสร้างแบบจำลองโปรแกรมเชิงเส้น

แบบจำลองโปรแกรมเชิงเส้นมีโครงสร้างที่สำคัญ 2 ส่วนคือ

- เป้าหมายหลัก  มีได้ 1 เป้าหมาย ได้แก่
ค่าสูงสุด (Maximized) หรือ
ค่าต่ำสุด (Minimized)
- เงื่อนไข  มีได้หลายเงื่อนไข
ลักษณะของสมการเงื่อนไข
เป็นอสมการ

Object: Maximum หรือ Minimum

$$\begin{aligned} \rightarrow \dots Z &= a_{11}x_{11} + a_{12}x_{12} + a_{13}x_{13} + \dots + a_{1j}x_{1j} + \dots \\ \rightarrow &\rightarrow a_{21}x_{21} + a_{22}x_{22} + a_{23}x_{23} + \dots + a_{2j}x_{2j} + \dots \\ \rightarrow &\rightarrow a_{31}x_{31} + a_{32}x_{32} + a_{33}x_{33} + \dots + a_{3j}x_{3j} + \dots \\ \rightarrow &\rightarrow \rightarrow \rightarrow \rightarrow \rightarrow \vdots \dots \\ \rightarrow &\rightarrow a_{i1}x_{i1} + a_{i2}x_{i2} + a_{i3}x_{i3} + \dots + a_{ij}x_{ij} + \dots \end{aligned}$$

→ Subject

$$\begin{aligned} \rightarrow &\rightarrow x_{11} + x_{12} + x_{13} + \dots + x_{1j} = 1 \dots \\ \rightarrow &\rightarrow x_{21} + x_{22} + x_{23} + \dots + x_{2j} = 1 \dots \\ \rightarrow &\rightarrow x_{31} + x_{32} + x_{33} + \dots + x_{3j} = 1 \dots \\ \rightarrow &\rightarrow \rightarrow \rightarrow \rightarrow \rightarrow \vdots \dots \\ \rightarrow &\rightarrow x_{i1} + x_{i2} + x_{i3} + \dots + x_{ij} = 1 \dots \end{aligned}$$

→ and

$$\rightarrow \rightarrow x_{ij} \geq 0, (x_{ij} = x_{ij}^2) \dots$$

การแก้ปัญหของโปรแกรมเชิงเส้น

- วิธีกราฟ (Graphic Approach)
- วิธีการซิมเพลกซ์ (Simplex Algorithm)

Exercise

- **แอปเปิ้ล:** เปิดร้านขายเบเกอรี่ & เค้ก และคิดจะเพิ่มรายการอาหารให้มากขึ้น โดยเห็นว่าจะเพิ่มเค้กเป็น 4 ชนิดจากเดิมที่มีเพียง 1 ชนิด และเพิ่มคุกกี้เป็น 8 ชนิดจากเดิม 4 ชนิด ทั้งนี้ร้านขายเบเกอรี่ & เค้ก ต้องใช้
 - ☑ ใช้แบ่งในการทำเค้ก 30 % และ 40% ในการทำคุกกี้ ส่วนที่เหลือใช้ในการทำเบเกอรี่ประเภทอื่นๆ
 - ☑ ใช้น้ำตาลในการทำเค้ก 45 % และ 30% ในการทำคุกกี้ ส่วนที่เหลือใช้ในการทำเบเกอรี่ประเภทอื่นๆ
 - ☑ ใช้เวลาในการทำเค้ก 0.5 เท่าของเวลาในการทำคุกกี้และคุกกี้จะใช้เวลาเป็น 2.5 เท่าของเบเกอรี่ประเภทอื่น คุกกี้อื่นๆจะใช้เวลา 1 ชั่วโมง ทั้งนี้เวลาทั้งหมด 500 ชม.
 - ☑ ผู้ประกอบการประมาณการว่าจะมีรายได้เค้กเฉลี่ยชิ้นละ 50 บาท และคุกกี้จะมีรายได้เฉลี่ยชิ้นละเป็น $2/5$ เท่าของเค้ก

สิ่งที่ผู้ประกอบการต้องการคือ จำนวนที่ควรผลิตแล้วทำให้ได้รายได้สูงที่สุด

K = ? Objective Max. TR = $50K + (2/5) \times (50) \times C$

C = ? Subjective

$$0.3K + 0.4C \leq 100$$
$$0.45K + 0.3C \leq 100$$
$$(2.5 * 0.5)K + 2.5C \leq 500$$
$$K, C \neq 0$$

แก้ไขสมการ

Objective Max. $TR - 50K - 20C = 0$
 $TR = 0 + 50K + 20C$

Subjective $0.3K + 0.4C + s_1 = 100$
 $0.45K + 0.3C + s_2 = 100$
 $1.25K + 2.5C + s_3 = 500$

การหาผลเฉลยด้วยกราฟ

Subjective

$$0.3K + 0.4C + s_1 = 100$$

1

$$0.45K + 0.3C + s_2 = 100$$

2

$$1.25K + 2.5C + s_3 = 500$$

3

1

$$0.3K + 0.4C + s_1 = 100$$

$$K = 0 \quad \& \quad s_1 = 0$$

$$\therefore C = \frac{100 - 0.3(K = 0) - (s_1 = 0)}{0.4} = 250$$

$$C = 0 \quad \& \quad s_1 = 0$$

$$\therefore K = \frac{100 - 0.4(C = 0) - (s_1 = 0)}{0.3} = 333.33$$

การหาผลเฉลยด้วยกราฟ

Subjective

$$0.3K + 0.4C + s_1 = 100$$

①

$$0.45K + 0.3C + s_2 = 100$$

②

$$1.25K + 2.5C + s_3 = 500$$

③

②

$$0.45K + 0.3C + s_2 = 100$$

$$K = 0 \quad \& \quad s_1 = 0$$

$$\therefore C = \frac{100 - 0.45(K = 0) - (s_1 = 0)}{0.3} = 333.33$$

$$C = 0 \quad \& \quad s_1 = 0$$

$$\therefore K = \frac{100 - 0.3(C = 0) - (s_1 = 0)}{0.45} = 222.22$$

การหาผลเฉลยด้วยกราฟ

Subjective

$$0.3K + 0.4C + s_1 = 100 \quad \textcircled{1}$$

$$0.45K + 0.3C + s_2 = 100 \quad \textcircled{2}$$

$$1.25K + 2.5C + s_3 = 500 \quad \textcircled{3}$$

3

$$1.25K + 2.5C + s_3 = 500$$

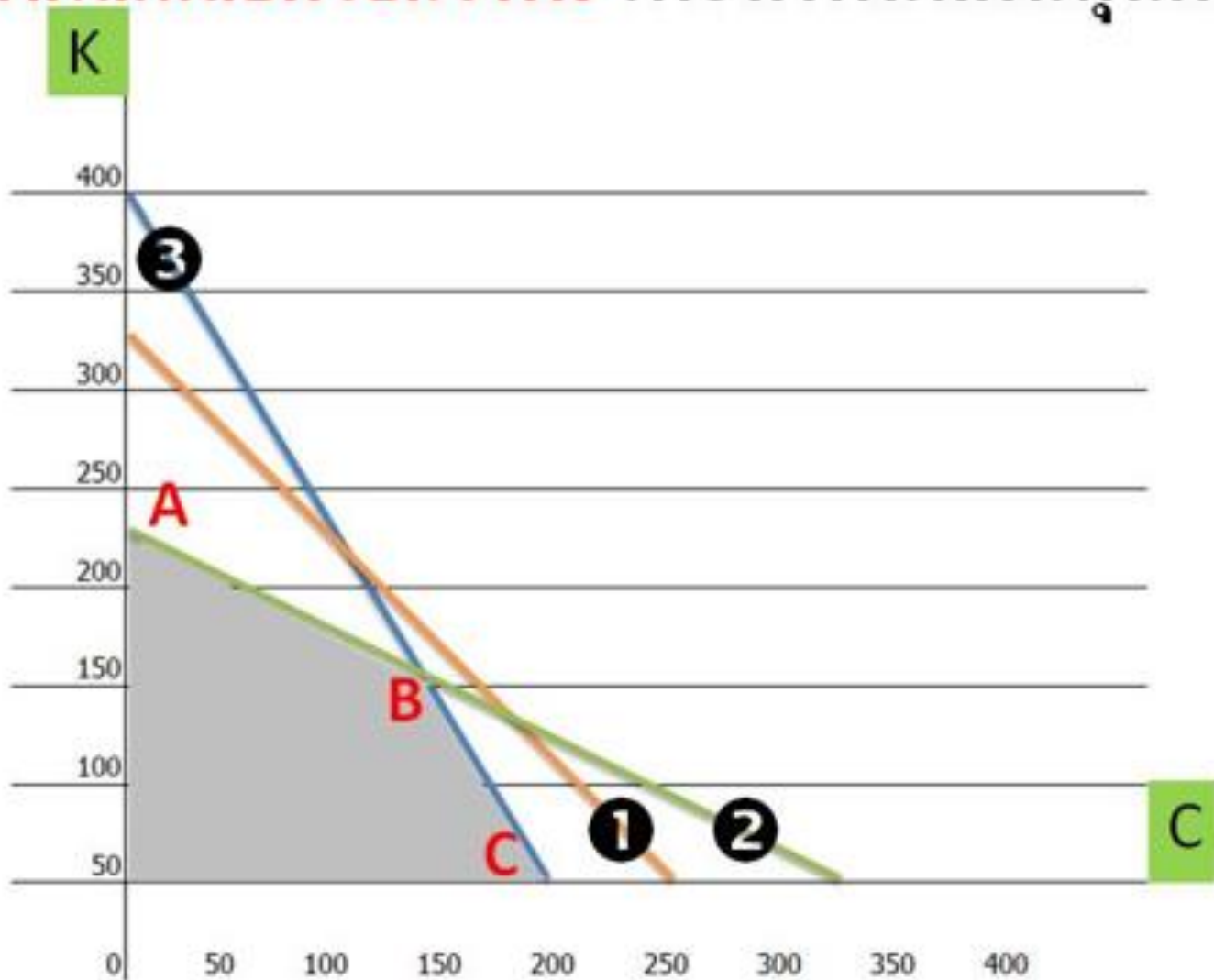
$$K = 0 \quad \& \quad s_1 = 0$$

$$\therefore C = \frac{500 - 1.25(K = 0) - (s_1 = 0)}{2.5} = 200$$

$$C = 0 \quad \& \quad s_1 = 0$$

$$\therefore K = \frac{500 - 2.5(C = 0) - (s_1 = 0)}{1.25} = 400$$

การหาผลเฉลยด้วยกราฟ: เพื่อหาพื้นที่ต้นทุนต่ำสุด



คำนวณหารายได้สูงสุดจากจุดตัดต้นทุนต่ำสุด

จุดตัด	K(50)	C(20)	TR	
A	222.22	0	222.22×50	11,111
B	0	200	200×20	4,000
C	200	100	200×50 100×20	10,000 2,000 } 12,000

Next...

จุดตัด C

$$0.3K + 0.4C + s_1 = 100 \quad \dots(1)$$

$$1.25K + 2.5C + s_3 = 500 \quad \dots(3)$$

$$(1) = (3)$$

∴

$$\frac{100 - 0.3K}{0.4} = \frac{500 - 1.25K}{2.5}$$

$$\frac{100(2.5) - (0.3 \times 2.5)K}{0.4(2.5)} = \frac{500(0.4) - (1.25 \times 0.4)K}{2.5(0.4)}$$

$$\frac{250 - 0.75K}{1} = \frac{200 - 0.5K}{1}$$

$$250 - 200 = -0.5K + 0.75K$$

$$50 = 0.25K$$

$$\frac{50}{0.25} = K$$

$$200 = K$$

$$K = 200, C = ?$$

$$0.3(200) + 0.4C = 100$$

$$60 + 0.4C = 100$$

$$0.4C = 100 - 60$$

$$0.4C = 40$$

$$C = \frac{40}{0.4}$$

$$C = 100$$

แบบฝึกหัด

1. ร้านขายเบเกอรี่ So Cute คิดจะเพิ่มรายการอาหารให้มากขึ้น โดยเห็นว่าจะเพิ่มเค้กเป็น 4 ชนิดจากเดิมที่มีเพียง 1 ชนิด และเพิ่มคุกกี้เป็น 8 ชนิดจากเดิม 4 ชนิด ทั้งนี้ ร้านขายเบเกอรี่ & เค้ก ต้องใช้
- ใช้แป้งในการทำเค้ก 40 % และ 40% ในการทำคุกกี้ ส่วนที่เหลือใช้ในการทำเบเกอรี่ประเภทอื่นๆ
 - ใช้น้ำตาลในการทำเค้ก 55 % และ 40% ในการทำคุกกี้ ส่วนที่เหลือใช้ในการทำเบเกอรี่ประเภทอื่นๆ
 - ใช้เวลาในการทำเค้ก 0.5 เท่าของเวลาในการทำคุกกี้และคุกกี้จะใช้เวลาเป็น 2.5 เท่าของเบเกอรี่ประเภทอื่น คุกกี้อื่นๆ จะใช้เวลา 1 ชั่วโมง ทั้งนี้เวลาทั้งหมด 500 ชม.
 - ผู้ประกอบการประมาณการว่าจะมีรายได้เค้กเฉลี่ยขึ้นละ 65 บาท และคุกกี้จะมีรายได้เฉลี่ยขึ้นละ เป็น 2/5 เท่าของเค้ก

จงแสดงวิธีทำ

- เขียนแบบจำลองเป้าหมายหลัก
- เขียนสมการเงื่อนไข
- แก้สมการเงื่อนไขเพื่อหาค่าตัวแปร C และ K
- เขียนกราฟ เพื่อหาพื้นที่จุดต้นทุนต่ำสุด
- หาค่า TR เพื่อตัดสินใจปริมาณการผลิตของ C และ K ที่ได้รับรายได้รวมสูงสุด

แบบฝึกหัด

2. ร้านขายเบเกอรี่ & เค้ก และคิดจะเพิ่มรายการอาหารให้มากขึ้น โดยเห็นว่าจะเพิ่มเค้กเป็น 4 ชนิดจากเดิมที่มีเพียง 1 ชนิด และเพิ่มคุกกี้เป็น 8 ชนิดจากเดิม 4 ชนิด ทั้งนี้ ร้านขายเบเกอรี่ & เค้ก ต้องใช้

- ใช้แป้งในการทำเค้ก 45 % และ 35% ในการทำคุกกี้ ส่วนที่เหลือใช้ในการทำเบเกอรี่ประเภทอื่นๆ
- ใช้น้ำตาลในการทำเค้ก 55 % และ 25% ในการทำคุกกี้ ส่วนที่เหลือใช้ในการทำเบเกอรี่ประเภทอื่นๆ
- ใช้เวลาในการทำคุกกี้จะใช้เวลาเป็น 2.5 เท่าของเค้ก และเค้ก ใช้เวลาเป็น 1.5 เท่าของเวลาในการทำเบเกอรี่อื่นๆ ทั้งนี้เวลาทั้งหมด 600 ชม.
- ผู้ประกอบการประมาณการว่าจะมีรายได้เค้กเฉลี่ยขึ้นละ 85 บาท และคุกกี้จะมีรายได้เฉลี่ยขึ้นละเป็น 4/5 เท่าของเค้ก

คำถาม ผู้ประกอบการควรผลิตเบเกอรี่ทั้งสองชนิดชนิดละเท่าไร จึงจะได้รายได้รวมสูงสุด

จงแสดงวิธีทำ

1. ให้กำหนดเป้าหมายหลัก และสมการเงื่อนไข เพื่อแก้ปัญหาการผลิต
2. ให้หาค่าตัวแปรของสมการเงื่อนไข
3. ให้เขียนกราฟเพื่อหาจุดตัดในการแก้ปัญหาการผลิตครั้งนี้

Note

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

